Nevezőjében változót tartalmazó törtek É.T. feltétele: esetén , É.K. tulajdonsága

Alapvetések: 1-bármely tört akkor , ha a számlálója .

2-a megoldás lehetséges módszere táblázattal lehetséges, amelyet akkor alkalmazhatunk, ha az egyenlőtlenség egyik oldala , a másik oldal zárt tört alakú.

Alaptípus, amelyre vezethet: ha a számláló nem tartalmaz változót

1.)

A.h.: amelyből .

A tört akkor pozitív, ha a számláló és a nevező megegyező előjelű. Mivel a számláló pozitív, így a nevezőnek is pozitívnak kell lennie. Tehát amelyből

Megjegyzés: ugyanez a megoldás, ha alakban kell megoldanunk, mivel a számlálónak nincs zérushelye.

2.)

A.h.: amelyből .

A tört akkor negatív, ha a számláló és a nevező ellentétes előjelű. Mivel a számláló pozitív, így a nevezőnek negatívnak kell lennie. Tehát amelyből

Megjegyzés: ugyanez a megoldás, ha alakban kell megoldanunk, mivel a számlálónak nincs zérushelye.

3.)

A.h.: amelyből .

A tört akkor pozitív, ha a számláló és a nevező megegyező előjelű. Mivel a számláló negatív, így a nevezőnek is negatívnak kell lennie. Tehát amelyből

Megjegyzés: ugyanez a megoldás, ha alakban kell megoldanunk, mivel a számlálónak nincs zérushelye.

4.)

A.h.: amelyből .

A tört akkor negatív, ha a számláló és a nevező ellentétes előjelű. Mivel a számláló negatív, így a nevezőnek pozitívnak kell lennie. Tehát amelyből

Megjegyzés: ugyanez a megoldás, ha alakban kell megoldanunk, mivel a számlálónak nincs zérushelye

5.)

A.h.: amelyből vagyis az egyenlőtlenség átírható alakba. A nevezőben lévő másodfokú kifejezés a zérushelyen kívül mindenhol pozitív, így a tört is mindig pozitív.

Megjegyzések: 1-ugyanez a megoldás, ha alakban kell megoldanunk, mivel a számlálónak nincs zérushelye.

2-ha a megoldandó egyenlőtlenség, akkor nincs megoldás, mivel a számláló is és a nevező is pozitív.

6.)

A.h.: amelyből vagyis az egyenlőtlenség átírható alakba. A nevezőben lévő másodfokú kifejezés a zérushelyen kívül mindenhol pozitív, így ennek az egyenlőtlenségnek nincs megoldása, mivel a számláló negatív.

Megjegyzések: 1-ugyanezt a következtetést vonjuk le, ha alakban kell megoldanunk.

2-ha a megoldandó egyenlőtlenség, akkor a zérushelyen kívül minden valós szám esetén teljesül.

Összetett feladatok

7.)

A.h.: amelyből .

A számláló zérushelye amelyből . Foglaljuk táblázatba

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

A megoldás:

Megjegyzés: ha egyenlőtlenséget kell megoldani, akkor annyi változik, hogy a számláló zérushelyénél megengedjük az egyenlőséget, tehát

Megjegyzések: 1-ha a megoldandó egyenlőtlenséget alakban kell megoldani, akkor a megoldás

2-ha a megoldandó egyenlőtlenséget alakban kell megoldani, akkor a megoldás

8.)

A.h.: amelyből

Rendezzük az egyenlőtlenséget hozzunk közös nevezőre

Mivel a számlálónak nincs változó, így a tört akkor pozitív, ha a nevező is pozitív, így amelyből .

Megjegyzések: 1-ha a megoldandó egyenlőtlenséget alakban kell megoldani, akkor ugyanez a megoldás.

2-ha a megoldandó egyenlőtlenséget vagy alakban kell megoldani, akkor az átalakítás után kapott zárt tört nevezőjének negatívnak kell lennie, így amelyből .

9.)

A.h.: amelyből

Rendezzük az egyenlőtlenséget hozzunk közös nevezőre

A számláló zérushelye amelyből . Foglaljuk táblázatba

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

A megoldás:

10.)

A.h.: amelyből

Rendezzük az egyenlőtlenséget

A számláló zérushelye amelyből . Foglaljuk táblázatba

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

A megoldás:

11.)

A.h.: amelyből valamint amelyből .

Rendezzük az egyenlőtlenséget

A számláló zérushelye amelyből . Foglaljuk táblázatba

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

A megoldás:

12.)

A.h.: amelyből valamint amelyből .

Rendezzük az egyenlőtlenséget

A számláló zérushelye amelyből . Foglaljuk táblázatba

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

A megoldás:

13.)

A.h.: amelyből valamint amelyből .

Rendezzük

A számláló zérushelye nincs valós gyök, tehát mint fgv a pozitív főegyüttható miatt a vízszintes tengely fölött van, vagyis mindig pozitív, tehát a tört akkor pozitív, ha a nevező pozitív

A nevező egy negatív főegyütthatós (tehát lefelé nyíló) parabola, amely pozitív a gyökök közötti valós számok tartományán, tehát a megoldás:

14.)

A.h.: amelyből valamint amelyből

Rendezzük . Mivel a nevező a zérushelytől különböző minden valós szám esetén pozitív, így a tört akkor pozitív, ha a számláló pozitív, tehát ebből tehát a megoldás .

15.)

A.h.: amelyből valamint amelyből

Rendezzük

A számláló zérushelye amelyből foglaljuk táblázatba

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

Megoldás:

16.)

A.h.: amelyből

Rendezve

A számlálónak nincs valós gyöke, így a negatív főegyüttható értelmében, minden valós szám esetén negatív, tehát a teljes tört akkor lesz pozitív, ha a nevező is negatív, így ebből vagyis

17.)

A.h.: amelyből

Átalakítás után adódik. Mivel a nevező a zérushelytől különböző minden valós szám esetén pozitív, így a tört akkor pozitív, ha a számláló pozitív, tehát ebből .

18.)

A.h.: amelyből

A számláló zérushelye amelyből . Foglaljuk táblázatba:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

A megoldás:

19.)

A.h.: amelynek nincs valós gyöke.

A nevezőben lévő pozitív főegyütthatós (felfelé nyíló) parabola minden valós szám esetén pozitív, így a teljes tört akkor pozitív, ha a számlálója pozitív, tehát amelyből

20.)

A.h.: amelyből

A számláló zérushelyei amelyből . Foglaljuk táblázatba:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

A megoldás:

21.)

A.h.: amelyből

A számláló zérushelyei amelyből valamint amelyből . Foglaljuk táblázatba:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

A megoldás:

Megjegyzés: mivel a számláló különböző tényezőinek előfordul megegyező gyöke, ezt hívjuk többszörös gyöknek, ezért tapasztaljuk, hogy a táblázat szomszédos oszlopai megegyező előjelűek.

22.)

A.h.: amelyből

A számláló zérshelyei amelyből . Foglaljuk táblázatba:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

A megoldás:

23.)

A.h.: amelyből

A számláló zérshelyei amelyből . Foglaljuk táblázatba:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

A megoldás:

24.)

A.h.: amelynek nincs valós gyöke, tehát a pozitív főegyüttható értelmében mindig pozitív.

Tehát a teljes tört akkor pozitív, ha a számláló pozitív . Ennek zérushelyei

A negatív főegyütthatós (lefelé nyíló) parabola a gyökei között pozitív, így a megoldás: .

25.)

A.h.: amelyből

A számláló zérushelyei amelyből . Foglaljuk táblázatba:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

A megoldás:

26.)

A.h.: amelyből . Ennek gyökei tényezőnként

A számláló zérushelyei amelyből . Foglaljuk táblázatba:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

A megoldás:

27.)

A.h.: amelyből

1.eset: átrendezve

A számláló zérushelyei amelyből . Foglaljuk táblázatba:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

A megoldás:

2.eset: átrendezve

A számláló zérushelye amelyből . Foglaljuk táblázatba:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

A megoldás:

Az egyes esetek megoldáshalmazai egyben: a nevező zérushelyei kivételével minden valós számra teljesül.

28.)

A.h.: ebből valamint ebből továbbá ebből

A nevezőket írjuk át szorzatalakba

Rendezzük

Alakítsuk a számlálót szorzattá és egyszerűsítsünk

A számláló zérushelye amelyből . Foglaljuk táblázatba:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

A megoldás:

29.)

A.h.: amely zérushelyei tényezőnként ebből valamint ebből továbbá amelyből

A számláló zérushelyei tényezőnként ebből valamint ebből továbbá ebből tehát . Foglaljuk táblázatba:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

A megoldás: